

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Самарский государственный технический университет

Материалы
XII Всероссийской научной конференции
с международным участием
«Математическое моделирование
и краевые задачи»
(17–19 сентября 2024 г., Самара, Россия)
Том 1

Под редакцией В. П. Радченко

С а м а р а
Самарский государственный технический университет
2024

УДК 517.958
ББК 22.251я431+95.4
М341

Материалы XII Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (17–19 сентября 2024 г., Самара, Россия): в 2-х томах. Т. 1. / под ред. В. П. Радченко. — Самара: СамГТУ, 2024. — 202 с.

ISBN 978–5–7964–2461–2 (Т. 1)
ISBN 978–5–7964–2460–5

Сборник включает материалы XII Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи», состоявшейся 17–19 сентября 2024 г. в Самарском государственном техническом университете.

УДК 517.958
ББК 22.251я431+95.4

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Председатель программного комитета:

В. П. Радченко, д.ф.-м.н., Самара

Заместители председателя программного комитета:

Ю. Н. Радаев, д.ф.-м.н., Москва

О. В. Юсупова, д.п.н., Самара

Ученые секретари программного комитета:

Е. В. Мурашкин, к.ф.-м.н., Москва

М. Н. Саушкин, к.ф.-м.н., Самара

Содержание

<i>Анисимов С. А., Колычев С. А., Павлов В. Ф., Сазанов В. П., Селищев П. А.</i> “Влияние остаточных напряжений на предел выносливости образцов из различных материалов”	8
<i>Анкилов А. В., Вельмисов П. А., Тамарова Ю. А.</i> “Математическое моделирование динамических процессов в системах контроля за изменением давления в газожидкостных средах”	11
<i>Арзикулов З. О.</i> “О задаче Дирихле для трехмерного сингулярного уравнения Гельмгольца в первом октанте”	14
<i>Арланова Е. Ю., Красильникова А. А., Огородников Е. Н.</i> “Решение задачи ползучести для толстостенной трубы из ортотропного материала с использованием аппарата дробного анализа”	17
<i>Арланова Е. Ю., Огородников Е. Н.</i> “Нелокальная краевая задача с операторами Кобера—Эрдеи для системы уравнений Бицадзе—Лыкова”	22
<i>Афанасьева Е. А.</i> “Метод прогнозирования длительной прочности при вязком механизме разрушения материала”	27
<i>Афанасьева Е. А., Зотеев В. Е.</i> “Метод расчета индивидуально-го ресурса элементов конструкций на основе стохастических уравнений состояния при однопараметрическом нагружении”	30
<i>Афанасьева О. С., Желябин А. А.</i> “Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния призматического образца с концентратором напряжений в упругопластической области с применением программного комплекса на основе метода конечных элементов”	34
<i>Багров А. Р.</i> “Динамика перепутанных состояний в трехкубитной многофотонной модели Тависа—Каммингса”	39
<i>Балкизов Ж. А.</i> “Первая краевая задача для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа второго порядка”	42
<i>Бирюков А. А.</i> “Математическая модель пространства случайных совместных событий и стохастические процессы”	45
<i>Богданова С. Б., Гладков С. О.</i> “К вопросу определения точек отрыва в классе кривых $y = ax^n$ ”	49
<i>Бурмашева Н. В., Просвиряков Е. Ю.</i> “Точные решения уравнений гидродинамики для описания слоистых и сдвиговых течений” . . .	53
<i>Водолазская И. В., Есеркепов А. В., Колегов К. С., Хусанова Л. Т.</i> “Моделирование самоорганизации заряженных нанотрубок при высыхании капли раствора на подложке”	57
<i>Воропаева Л. В.</i> “Приближённое решение граничных задач в виде рядов по некоторым полным системам ортонормированных функций” .	61
<i>Воропаева Л. В., Сидоров Ю. В.</i> “Приближённое решение граничных задач в виде рядов по некоторым полным системам неортogonalных функций”	66

<i>Газиев К. С.</i> “Об одной краевой задаче для неоднородного уравнения четвертого порядка составного типа”	71
<i>Галынчик Т. А., Данилова С. В.</i> “Автоматизация процесса финансового моделирования «Стартап как диплом»”	73
<i>Глебов В. Е.</i> “Релаксация остаточных напряжений в полукруглом концентраторе напряжений цилиндрического образца в условиях ползучести после поверхностного упрочнения”	76
<i>Гончарова И. В., Комарцов Н. М., Кулагина М. А., Рычков Б. А.</i> “Прогнозирование пределов прочности горных пород”	81
<i>Горбунов С. В.</i> “Метод решения краевой задачи деформирования твёрдого тела с локальными зонами пластического разупрочнения материала”	84
<i>Горбунов С. В., Радченко В. П.</i> “Моделирование ползучести и оценка предела длительного сопротивления слоистых пластиков”	87
<i>Горулева Л. С., Просвиряков Е. Ю.</i> “Точные решения уравнений магнитной гидродинамики для описания конвективных потоков”	91
<i>Губарева К. В., Еремин А. В.</i> “Решение задачи теплопроводности в пластине из пористого материала с внутренними источниками тепла”	94
<i>Данилушкин И. А., Колпащиков С. А.</i> “Моделирование температуры металла стенки барабана парового котла в Simulink”	97
<i>Джабраилов А. Л.</i> “Интегро-дифференциальное уравнение с сингулярностью по фазовой координате”	100
<i>Дмитриев Э. А., Евстигнеев А. И., Евстигнеева А. А., Одинокое В. И.</i> “Зависимость стойкости сферической керамической оболочковой формы от параметров её охвата опорным наполнителем при затвердевании в ней отливки”	103
<i>Дмитриев Э. А., Карпенко В. А.</i> “Численное моделирование процесса течения жидкого металла в кристаллизаторе МНЛЗ при принудительном перемешивании”	107
<i>Дмитриев Э. А., Квашнин А. Е., Потянихин Д. А.</i> “Моделирование совмещенного процесса литья и деформации металла в кристаллизаторе с подвижными стенками”	111
<i>Дудин Д. С., Келлер И. Э., Петухов Д. С.</i> “Методика оценки усталостного ресурса детали с остаточными напряжениями при нерегулярном нагружении”	115
<i>Дюжева А. В.</i> “Об одной нелокальной задаче с условием Ионкина—Самарского для эллиптического уравнения в цилиндрической области”	118
<i>Егорова Г. Ф., Афанасьева О. С.</i> “Прогнозирование параметров эвтектик трехкомпонентных солевых систем”	121
<i>Егорова И. П.</i> “Краевые задачи с условиями периодичности для возникающего уравнения смешанного типа”	124

Прогнозирование пределов прочности горных пород

И. В. Гончарова, Н. М. Комарцов, М. А. Кулагина, Б. А. Рычков

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет имени Б. Н. Ельцина,
Кыргызская Республика, 720000, Бишкек, ул. Киевская, 44.

Аннотация

Введен в рассмотрение теоретически обоснованный модифицированный критерий прочности горных пород. Он использован для вычисления компонент огибающей к наибольшим кругам Мора, отображающим предельные напряжения породы в момент ее разрушения при разных видах напряженного состояния. Материальные параметры, входящие в данный критерий, определяются по состоянию одноосного сжатия породы. При этом достигается соответствие опыту прогнозируемых пределов прочности для всей области диаграммы Мора.

Ключевые слова: горная порода, критерий прочности, предел прочности на растяжение, диаграмма Мора, огибающая наибольших кругов Мора.

Введение. На основе наиболее широко применяемой [1] теории Мора ГОСТом 21153.8–88 [2] регламентируется составление паспорта прочности горной породы в виде огибающей наибольших кругов на диаграмме Мора.

Указанный паспорт прочности определяется при испытании цилиндрических образцов на установках по схеме Кармана, на которых реализуется пропорциональное нагружение при соотношении между главными напряжениями: $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$. Для такого вида трехосного сжатия предложен [3] следующий критерий прочности:

$$\sigma_3 = A + \sqrt{Q\sigma_1^2 + B^2}, \quad (1)$$

где главные напряжения сжатия считаются положительными.

Образец для цитирования

Гончарова И. В., Комарцов Н. М., Кулагина М. А., Рычков Б. А. Прогнозирование пределов прочности горных пород / *Материалы XII Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи»* (17–19 сентября 2024 г., Самара, Россия). Т. 1. Самара: СамГТУ, 2024. С. 81–83.

Сведения об авторах

Ирина Витальевна Гончарова  <http://orcid.org/0000-0002-0901-3903>
кандидат физико-математических наук; доцент; каф. высшей математики;
e-mail: goncharovaiv@mail.ru

Никита Михайлович Комарцов  <http://orcid.org/0000-0003-0266-6271>
кандидат физико-математических наук; декан; Естественно-технический факультет;
e-mail: komartsovn@mail.ru

Маргарита Алексеевна Кулагина  <http://orcid.org/0000-0001-7979-7881>
аспирант; каф. механики; e-mail: kulagina_m.a@mail.ru

Борис Александрович Рычков  <http://orcid.org/0000-0001-7408-1657>
доктор физико-математических наук, профессор; профессор; каф. механики;
e-mail: rychkovba@mail.ru

Ранее соотношение вида (1) было получено в работе [4]. Апробация критерия (1) приведена в [5], где указано преимущество данного критерия по сравнению с известным критерием Хоека—Брауна.

Исходное представление в [4] зависимости $\sigma_3 = \sigma_3(\sigma_1)$, согласно графическому методу её построения, фактически было дано в виде сопряженной гиперболы с параллельным сдвигом вдоль вертикальной оси относительно центра симметрии гиперболы. Поэтому, именно уравнение указанной сопряженной гиперболы в ее канонической форме использовано [3] для получения зависимости (1).

1. Расчетные зависимости. В настоящей работе предлагается процедура определения введенных в критерии (1) материальных параметров при наличии экспериментальных данных только при одноосном сжатии. При этом достаточно сведений о пределе прочности (σ_c) и о значениях координат огибающей (σ, τ) к кругу Мора в указанном состоянии. Опуская промежуточные выкладки, на основании (1) по известной методике получим:

$$\frac{\sigma}{\tau} = \sqrt{\frac{Q\sigma_c}{-A}} \quad (Q \leq 1, A < 0),$$

$$A^2 = Q\sigma_c^2 + B^2 \quad (B > 0).$$

В результате, предел прочности на одноосное растяжение определяется по формуле

$$\sigma_P = A + B, \quad (2)$$

Необходимые расчетные зависимости для определения пределов прочности при объемном напряженном состоянии приведены в [5], где дано также сопоставление теоретических и экспериментальных результатов для таких пределов прочности.

2. Примеры. Размерность напряжений и введенных материальных параметров (A, B) 9.81^{-1} МПа, Q — безразмерная величина. Для рассматриваемых пород σ_P^{exp} , σ_P^{St} — экспериментальное и теоретическое значения пределов прочности на растяжение, представленные в монографии [6], σ_P — расчетное (прогнозируемое) значение (2), согласно используемому в настоящей работе критерию прочности. Как видно из табл. 1, представленные в качестве примера прогнозируемые пределы прочности для горных пород не противоречат, в частности, подходу, предложенному для их вычисления в [6].

Таблица 1

Пределы прочности и материальные параметры

Порода	σ_c	Q	A	B	σ_P	σ_P^{exp}	σ_P^{St}
Песчаник выбросоопасный	1220	1	-17080	17036.37	-43.63	-84	-44
Песчаник неопасный по выбросам	1440	1	-15840	15774.41	-65.59	-94	-66
Фойяит	1300	1	-20800	20759.34	-40.66	-	-45

3. Заключение. На основании изложенного, разрабатываемый в настоящей работе модифицированный критерий прочности горной породы можно рекомендовать для прогнозирования пределов прочности во всем диапазоне

диаграммы Мора для разнообразных горных пород.

Библиографический список

1. Mao-hong Yu Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th Century // *Appl Mech Rev*, 2002. Т. 55, № 3. С. 169–218. doi: [10.1115/1.1472455](https://doi.org/10.1115/1.1472455).
2. ГОСТ 21153.8-88 Породы горные. Метод определения предела прочности при объемном сжатии. М.: Изд-во стандартов, 1988. 15 с.
3. Рычков Б. А., Комарцов Н. М., Гончарова И. В., Кулагина М. А. Метод построения паспорта прочности горных пород // *XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике : сборник тезисов докладов : в 4 т., Санкт-Петербург, 21–25 августа 2023 года.*, 2023. Т. 3. С. 675–678.
4. Дуйшеналиев Т. Б., Койчуманов К. Т. Уравнение огибающей линии предельных кругов напряжений. Бишкек: Илим, 2006. 130 с.
5. Комарцов Н. М., Кулагина М. А., Рычков Б. А. Построение огибающей предельных кругов мора для горных пород // *Материалы XI Всероссийской научной конференции с международным участием "Математическое моделирование и краевые задачи" (27-30 мая 2019 г., Самара, Россия): в 2-х томах*, 2019. Т. 1. С. 60–63.
6. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. *Пластичность горных пород*. М.: Недра, 1979. 305 с.

Prediction of rock strength limits

I. V. Goncharova, N. M. Komartsov, M. A. Kulagina, B. A. Rychkov

Kyrgyz-Russian Slavic University named after B.N. Yeltsin
44, Kievskaya street, Bishkek, Kyrgyz Republic.

Abstract

A theoretically substantiated modified strength criterion for rocks is observed. It is used to calculate the envelope components to the largest Mohr circles, which correspond the ultimate stresses of the rock at the moment of its failure under different types of stress states. The material parameters included in this criterion are determined by the state of uniaxial compression of the rock. In this case, the predicted strength limits for the entire region of the Mohr diagram correspond to the experience.

Keywords: rock, strength criteria, tensile strength limit, Mohr's diagram, envelope of Mohr's largest circles.

Please cite this article in press as:

Goncharova I. V., Komartsov N. M., Kulagina M. A., Rychkov B. A. Prediction of rock strength limits, In: *Proceedings of the XII All-Russian Scientific Conference with International Participation "Mathematical Modeling and Boundary Value Problems"* (September, 17–19, 2024, Samara, Russian Federation). Vol. 1, Samara State Technical Univ., Samara, 2024, pp. 81–83 (In Russian).

Authors' Details:

Irina V. Goncharova  <http://orcid.org/0000-0002-0901-3903>

Cand. Phys. & Math. Sci.; Associate Professor; Dept. of High Mathematics;
e-mail: goncharovaiv@mail.ru

Nikita M. Komartsov  <http://orcid.org/0000-0003-0266-6271>

Cand. Phys. & Math. Sci.; Dean; Faculty of Natural Sciences; e-mail: komartsovn@mail.ru

Margarita A. Kulagina  <http://orcid.org/0000-0001-7979-7881>

post-graduate student; Dept. of Mechanics; e-mail: kulagina_m.a@mail.ru

Boris A. Rychkov  <http://orcid.org/0000-0001-7408-1657>

Doct. Phys. & Math. Sci., Professor; Dept. of Mechanics; e-mail: rychkovba@mail.ru